

CONCURSUL JUDEȚEAN „POEZIA MINTII” PROBĂ SCRISĂ LA MATEMATICĂ

Ediția a V-a, 16 noiembrie 2024

BAREM DE CORECTARE

Clasa a VIII-a

Subiectul I

- 1) B
- 2) A
- 3) D
- 4) A

Subiectul II

Problema 1

a) $a = 1 - \frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}} - \frac{1}{\sqrt{5}} + \frac{1}{\sqrt{5}} - \frac{1}{\sqrt{7}} + \frac{1}{\sqrt{7}} - \frac{1}{\sqrt{9}}$
 $a = 1 - \frac{1}{3} \Rightarrow a = \frac{2}{3}$

2p

$b = \left(\frac{1}{2\sqrt{2}} + \frac{1}{3\sqrt{2}} + \frac{1}{6\sqrt{2}} \right) \cdot \frac{\sqrt{2}}{3} \Rightarrow b = \frac{6}{6\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{3} \Rightarrow b = \frac{1}{3}$

2p

$9ab - 1 = 9 \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{3} - 1 = 1 = 1^2 - \text{pătrat perfect}$

1p

b) $a = |x - 2y + 10| + |-2x + y + 15| - |x + y - 10|$

1p

$x \in (-2; 6) \Rightarrow -2 < x < 6$

$y \in (-3; 4) \Rightarrow -3 < y < 4$

1p

$-3 < y < 4 / \cdot (-2) \Rightarrow 6 > -2y > -8$

1p

$\begin{aligned} -2 < x < 6 \\ -8 < -2y < 6 \end{aligned} \Rightarrow -10 < x - 2y < 12 \Rightarrow 0 < x - 2y + 10 < 22$
 $\Rightarrow |x - 2y + 10| = x - 2y + 10$

2p

$-2 < x < 6 / \cdot (-2) \Rightarrow 4 > -2x > -12$

1p

$\begin{aligned} -12 < -2x < 4 \\ -3 < y < 4 \end{aligned} \Rightarrow -15 < -2x + y < 8 \Rightarrow 0 < -2x + y + 15 < 23$
 $\Rightarrow |-2x + y + 15| = -2x + y + 15$

2p

$\begin{aligned} -2 < x < 6 \\ -3 < y < 4 \end{aligned} \Rightarrow -5 < x + y < 10 \Rightarrow -15 < x + y - 10 < 0$
 $\Rightarrow |x + y - 10| = -(x + y - 10)$

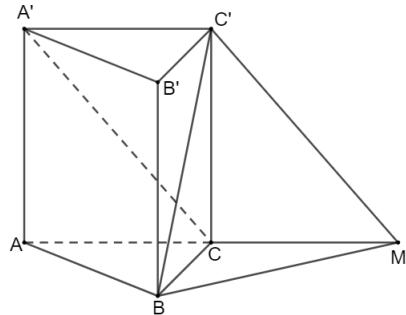
1p

$a = (x - 2y + 10) + (-2x + y + 15) + (x + y - 10)$
 $a = 15 \in \mathbb{N}$

1p

Problema 2

- a) În planul (ACC') construim $C'M \parallel A'C$, $M \in AC$



2p

$$\Rightarrow \angle(A'C, BC') = \angle(C'M, BC') = \angle BC'M = 60^\circ$$

1p

$$\left. \begin{array}{l} C'M \parallel A'C \\ A'C' \parallel CM \end{array} \right\} \Rightarrow C'A'CM - \text{paralelogram} \Rightarrow A'C' \equiv CM; A'C \equiv C'M$$

1p

$ABCA'B'C'$ – prisma triunghiulară regulată dreaptă $\Rightarrow A'C \equiv BC'$ (diagonale în dreptunghiuri congruente) $\Rightarrow C'M \equiv BC'$

1p

$$\left. \begin{array}{l} C'M \equiv BC' \\ \angle BC'M = 60^\circ \end{array} \right\} \Rightarrow \Delta BC'M - \text{echilateral} \Rightarrow BC' \equiv BM$$

1p

În triunghiul ABM : $AC \equiv CM \equiv BC \Rightarrow BC$ – mediană și $BC = \frac{AM}{2}$

$$\Rightarrow \Delta AMB \text{ dreptunghic} \Rightarrow \sin \angle(BAM) = \frac{MB}{AM} \Rightarrow \frac{BM}{20} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow BM = 10\sqrt{3} \Rightarrow BC' = 10\sqrt{3}$$

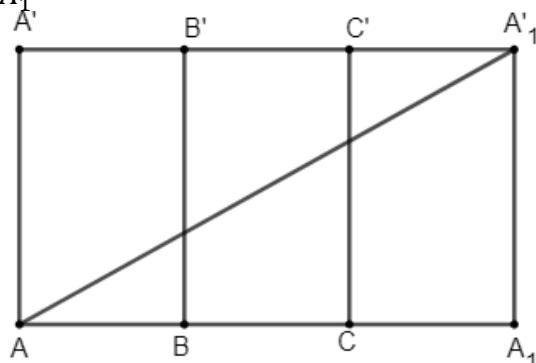
2p

$$\Delta BCC' (\angle BCC' = 90^\circ) \xrightarrow{T \text{ Pitagora}} CC'^2 = BC'^2 - BC^2 = 300 - 100 = 200$$

$$\Rightarrow CC' = 10\sqrt{2} \Rightarrow AA' = 10\sqrt{2}$$

2p

- b) Desfășurăm suprafața laterală în planul dreptunghiului $ABB'A'$
 \Rightarrow drumul cel mai scurt este segmentul AA'_1



2p

$$AA_1 = AB + BC + CA_1 = 30$$

$$\Delta AA_1A'_1 (\angle A_1 = 90^\circ) \xrightarrow{T \text{ Pitagora}} AA'_1{}^2 = AA_1^2 + A_1A'_1{}^2 = 900 + 200 = 1100$$

$$AA'_1 = 10\sqrt{11}$$

2p

$$10\sqrt{11} > 33 \Leftrightarrow 1100 > 1089 \text{ Adevărat}$$

\Rightarrow lungimea drumului parcurs de furnică este mai mare decât 33 cm

1p

Notă: Orice alte rezolvări corecte se vor nota corespunzător.