

CONCURSUL JUDEȚEAN „POEZIA MINȚII”
PROBĂ SCRISĂ LA MATEMATICĂ
Ediția a V-a, 16 noiembrie 2024
Clasa a VIII-a

- Toate subiectele sunt obligatorii.
- Timpul de lucru este de 60 de minute.
- Nu se acordă puncte din oficiu.

Subiectul I Pentru problemele 1-4 scrieți pe foaia de concurs litera corespunzătoare răspunsului corect: (4 x 5 puncte = 20 puncte)

1. Știind că $x + y = 5$, iar $xy = 6$, unde $x, y \in \mathbb{R}$, atunci valoarea numărului $a = (x - y)^2 + \frac{1}{x} + \frac{1}{y}$ este:
A) 31 B) $\frac{11}{6}$ C) $\frac{155}{6}$ D) 1
2. Mulțimea $A = \left\{ x \in \mathbb{Z} \mid \frac{\sqrt{7+4\sqrt{3}} + \sqrt{52-14\sqrt{3}}}{2x-1} \in \mathbb{Z} \right\}$ este:
A) $\{-4, -1, 0, 1, 2, 5\}$ B) $\{-10, -6, 8, 12\}$ C) $\{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ D) $\{-5, -2, -1, 0, 1, 4\}$
3. Produsul elementelor nenule ale mulțimii $A = \left\{ x \in \mathbb{Z} \mid \left| \frac{4x-3}{3} \right| \leq 3 \right\}$ este egal cu:
A) 5 B) 6 C) 0 D) -6
4. În cubul $ABCA'B'C'D'$ cu $AB = 8$ cm, punctele M, N, P și Q sunt mijloacele laturilor $CC', C'D', D'A'$, respectiv AA' . Aria patrulaterului $MNPQ$ este egală cu:
A) $24\sqrt{3} \text{ cm}^2$ B) $24\sqrt{2} \text{ cm}^2$ C) $12\sqrt{3} \text{ cm}^2$ D) 32 cm^2

Subiectul II Pentru problemele 1 și 2 scrieți pe foaia de concurs rezolvările complete: (2 x 15 puncte = 30 puncte)

Problema 1

- a) Fie numerele $a = \frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}} + \frac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{\sqrt{15}} + \frac{\sqrt{7}-\sqrt{5}}{\sqrt{35}} + \frac{3-\sqrt{7}}{\sqrt{63}}$ și $b = \left(\frac{1}{\sqrt{8}} + \frac{1}{\sqrt{18}} + \frac{1}{\sqrt{72}} \right) : \frac{3}{\sqrt{2}}$. Demonstrați că $9ab - 1$ este pătrat perfect.
- b) Fie x și y numere reale pentru care $x \in (-2; 6)$ și $y \in (-3; 4)$. Arătați că $a \in \mathbb{N}$, unde $a = \sqrt{(x - 2y + 10)^2} + \sqrt{(-2x + y + 15)^2} - |x + y - 10|$.

Problema 2

Prisma triunghiulară regulată dreaptă $ABCA'B'C'$ are latura bazei egală cu 10 cm și măsura unghiului dintre dreptele $A'C$ și BC' egală cu 60° .

- a) Aflați lungimea muchiei laterale AA' .
- b) O furnică se deplasează pe suprafața laterală a prismei deplasându-se din punctul A în punctul A' pe drumul cel mai scurt, intersectând muchiile BB' și CC' . Demonstrați că lungimea drumului parcurs de furnică este mai mare decât 33 cm.

MULT SUCCES!