



CONCURSUL JUDEȚEAN „POEZIA MINȚII”
Ediția a II-a, 7 decembrie 2019 MATEMATICĂ
PROBĂ SCRISĂ LA
Nivelul I
Clasa a IV-a

Barem de corectare

Subiectul I (4 x 5 puncte = 20 puncte)

1. A 2. C 3. A 4. B

Subiectul II

1.

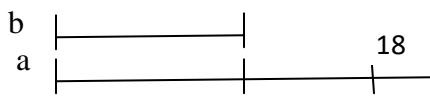
$$a + b + c = 240$$

$$(a \times b \times c) : (a \times b) = 30$$

$$c = 30$$

5p

$$a + b = 240 - 30 = 210$$



$$\left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} 210 + 18 = 228$$

5p

$$b = 228 : 3 = 76$$

3p

$$a = 2 \cdot 76 - 18 = 134$$

2p

2.

- Numărul maxim de alune

$$5 \times 75 = 375$$

3p

- Cu cât e mai mic numărul de alune din scorbură?

$$375 - 183 = 192$$

3p

- Câte alune pierde la fiecare frunză neprietenosă?

$$5 + 3 = 8$$

3p

- Câte frunze neprietenosae a adunat?

$$192 : 8 = 24$$

3p

- Câte frunze prietenosae a adunat?

$$75 - 24 = 51$$

3p



CONCURSUL JUDEȚEAN "POEZIA MINȚII"
Ediția a II-a, decembrie 2019
PROBĂ SCRISĂ LA MATEMATICĂ
Clasa a V-a

Barem de corectare și notare

Subiectul I:

1) D. 2) A. 3) B. 4) D.

Subiectul al II-lea:

$$1) \quad x = (2 + 4 + 6 + \dots + 4038) : 2019 - 2018 =$$

$$2(2019 \cdot 2020) : 2 : 2019 - 2018 = \quad 2p$$

$$= 2020 - 2018 = 2 \quad 2p$$

$$y = [(2^3)^2 - 2019^0] : 9^{12019} + 81 \cdot 11^4 \cdot 4^2 - 66^4 - 2 =$$

$$(2^6 - 1) : 9 + (3 \cdot 11 \cdot 2)^4 - 66^4 - 2 = \quad 2p$$

$$= 63 : 9 + 66^4 - 66^4 - 2 = 7 - 2 = 5 \quad 2p$$

$$z = 2^{100} : [(3 \cdot 5 - 13)^{98} + 2^{105} : (2^3 \cdot 16) + 512^{11}] \cdot 3$$

$$2^{100} : (2^{98} + 2^{105} : 2^7 + 2^{99}) \cdot 3 = \quad 2p$$

$$= 2^{100} : (2^{98} + 2^{98} + 2^{99}) \cdot 3 = 2^{100} : 2^{98} \cdot 4 \cdot 3 = 2^{100} : 2^{100} \cdot 3 = 3 \quad 2p$$

$$x^y + y^z + z^x = 2^5 + 5^3 + 3^2 = 32 + 125 + 9 = 166 \quad 3p$$

2) Peste doi ani, suma vârstelor lor va fi: $90 + 2 + 2 + 2 = 96$ 3p

Dar, conform enunțului problemei, ilustrăm vârsta bunicului de două ori vârsta mamei peste doi ani, deci adunăm încă 4: $90 + 2 + 2 + 2 + 4 = 100$ 3p



Ilustrare corectă 5p

$100 : 25 = 4$ ani vârsta lui Laurențiu peste 2 ani 1p

$4 \cdot 8 = 32$ de ani vârsta mamei peste 2 ani 1p

$16 \cdot 4 - 4 = 60$ de ani vârsta bunicului peste 2 ani 1p

În prezent Laurențiu are 2 ani, mama sa 30 de ani și bunicul său are 58 de ani. 1p



CONCURSUL JUDEȚEAN "POEZIA MINȚII"
Ediția a II-a, decembrie 2019
PROBĂ SCRISĂ LA MATEMATICĂ
Clasa a VI-a

Barem de corectare și notare

Subiectul I: 1) D 2) C 3) B 4) A

Rezolvări

- 1) $673 + 1 = 674$
- 2) Notăm măsurile unghiurilor AOM și BOM cu x , iar măsurile unghiurilor BON și NOC cu y și avem $x + y = 25^\circ$, iar $x = 4y$, de unde $y=5$, deci unghiul BOC are 10° .
- 3) $b=0$, $a \in \{0,2,4,6,8\}$. Verifică 3360, deci $a+b=6$
- 4) $\frac{AM}{AB} = \frac{BN}{BA} = \frac{1}{6}$, deci $AM=BN=k$, $AB=6k$, $MN=4k$, deci valoarea raportului este $\frac{2}{3}$

Subiectul al II-lea:

1.

Se disting 3 cazuri:

- a) $n = 3k$, k număr natural $A = 64^k + 8^k + 1 = (63+1)^k + (7+1)^k + 1 = M_7+3$, nu convine **4p**
- b) $n = 3k+1$, $A = 64^k \cdot 4 + 8^k \cdot 2 + 1 = (63+1)^k \cdot 4 + (7+1)^k \cdot 2 + 1 = M_7+4 + M_7+2 + 1 = M_7$, convine **4p**
- c) $n = 3k+2$, $A = 64^k \cdot 16 + 8^k \cdot 4 + 1 = (63+1)^k \cdot 16 + (7+1)^k \cdot 4 + 1 = M_7+16 + M_7+4 + 1 = M_7$, convine **4p**

Deci, dacă n nu este multiplu al lui 3, numărul A este divizibil cu 7.**3p**

Observație: Dacă elevul observă faptul că A este divizibil cu 7 pentru orice număr n care nu este multiplu al lui 3, dar nu justifică, se acordă 3 puncte.

2.

Desen **2p**

Dacă $m(\sphericalangle COB) = a$, atunci $m(\sphericalangle AOC) = 180^\circ - a$ și $m(\sphericalangle BOD) = 90^\circ - a$;**5p**

$m(\sphericalangle AOD) = 360^\circ - (180^\circ + 90^\circ - a) = 90^\circ + a$;**2p**

$m(\sphericalangle AOP) = m(\sphericalangle POD) = \frac{90^\circ + a}{2}$,**3p**

$m(\sphericalangle MOP) = \frac{a}{2} + 90^\circ - a + \frac{90^\circ + a}{2} = \frac{a + 180^\circ - 2a + 90^\circ + a}{2} = \frac{270^\circ}{2} = 135^\circ$ **3p**



CONCURSUL JUDEȚEAN "POEZIA MINȚII"
Ediția a II-a, decembrie 2019
PROBĂ SCRISĂ LA MATEMATICĂ
Clasa a VII-a

Barem de corectare și notare

Subiectul I: 1) D 2) C 3) B 4) B

Rezolvări

- Notăm cu x segmentul GB . Atunci, $BO = 2 \cdot (2x + x)$, iar $DB = 6 \cdot x$. Valoarea raportului este $\frac{1}{6}$.
- Măsura unghiului căutat este $180^\circ - (35^\circ + 70^\circ) = 75^\circ$
- Se scot factorii de sub radical și se obține $(7+7^2 + 7^3 + \dots + 7^{25}) \cdot (1 + \sqrt{7}) + \sqrt{7}$
După calculul sumei $7+7^2 + 7^3 + \dots + 7^{25} = \frac{7^{26}-7}{6}$, ajungem la
 $7^{26} - 7 + \frac{6\sqrt{7}}{\sqrt{7}+1} + \sqrt{7} = 7^{26}$
- Dăm factor comun atât la numărător cât și la numitor, și avem

$$\sqrt{\frac{1 \cdot 3 \cdot 9 + 2 \cdot 6 \cdot 18 + 3 \cdot 9 \cdot 27 + \dots + 100 \cdot 300 \cdot 900}{1 \cdot 5 \cdot 25 + 2 \cdot 10 \cdot 50 + 3 \cdot 15 \cdot 75 + \dots + 100 \cdot 500 \cdot 2500}}$$

$$= \sqrt{\frac{1 \cdot 3 \cdot 9(1 + 2 \cdot 2 \cdot 2 + 3 \cdot 3 \cdot 3 + \dots + 100 \cdot 100 \cdot 100)}{1 \cdot 5 \cdot 25(1 + 2 \cdot 2 \cdot 2 + 3 \cdot 3 \cdot 3 + \dots + 100 \cdot 100 \cdot 100)}} = \frac{3\sqrt{3}}{5\sqrt{5}} = \frac{3\sqrt{15}}{25}$$

Subiectul al II-lea:

1. $\sqrt{(x - \sqrt{2})^2} \geq 0, \sqrt{(y - \sqrt{10})^2} \geq 0, \sqrt{(z - \sqrt{101})^2} \geq 0$ **3p**

Rezultă că $\sqrt{(x - \sqrt{2})^2} + \sqrt{(y - \sqrt{10})^2} + \sqrt{(z - \sqrt{101})^2} \geq 0$. Din ipoteză,

$$\sqrt{(x - \sqrt{2})^2} + \sqrt{(y - \sqrt{10})^2} + \sqrt{(z - \sqrt{101})^2} \leq 0, \text{ deci}$$

$$\sqrt{(x - \sqrt{2})^2} + \sqrt{(y - \sqrt{10})^2} + \sqrt{(z - \sqrt{101})^2} = 0. \text{ } \mathbf{5p}$$

O sumă de numere nenegative este egală cu 0 atuncicând fiecare număr este egal cu 0,
..... **3p**

Deci $x = \sqrt{2}$, $y = \sqrt{10}$ iar $z = \sqrt{101}$ **2p**

$a = 2 \cdot 10 \cdot 101 = 2020$ **2p**

2. Fie paralelogramul ABCD astfel încât $3 \cdot DB = 2 \cdot DA$ și măsura unghiului ADB este de 60° . Arătați că $AC = 2 \cdot AB$.

Barem

Notăm $BD=2a$, unde a este un număr real pozitiv. Atunci $BO=OD=a$, $DA=3a$ **3p**

Construim $AE \perp DB$, $E \in DB$. Triunghiul AED este dreptunghic și are unghiul ADE de 60° , deci $m(\sphericalangle EAD) = 30^\circ$.

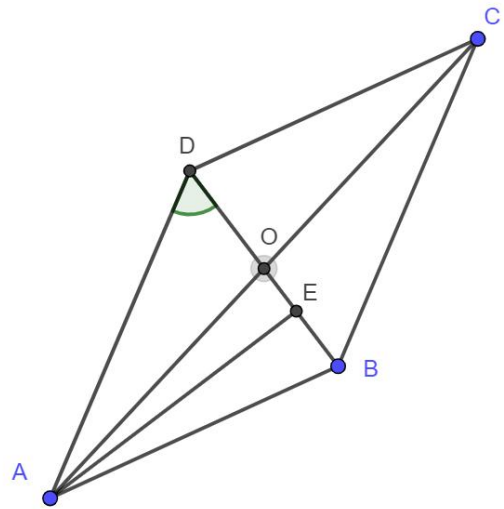
Rezultă că $DE = \frac{AD}{2} = \frac{3a}{2}$ **3p**

$BE = 2a - \frac{3a}{2} = \frac{a}{2}$ **2p**

$BO=OD= a$, deci $OE = \frac{a}{2}$ **1p**

În $\triangle ABO$ avem AE mediană și înălțime, deci triunghiul este isoscel, cu $AO=AB$**3p**

Dar $AO=OC$, rezultă că $AC=2AO=2AB$ **3p**





CONCURSUL JUDEȚEAN "POEZIA MINȚII"

Ediția a II-a, decembrie 2019

PROBĂ SCRISĂ LA MATEMATICĂ

Clasa a VIII-a

Barem de corectare și notare

Subiectul I:

1	2	3	4
B	C	A	B

Subiectul al II-lea:

1.

a) Din condițiile de existență ale radicalilor se obține $x \in [-1; 1]$, $y \in [3; 5]$ și $z \in [7, 9]$

3p

b) Din inegalitatea mediilor obținem:

$$\begin{aligned}\sqrt{x+1} \cdot \sqrt{y-3} &\leq \frac{x+1+y-3}{2} = \frac{x+y-2}{2} \\ \sqrt{5-y} \cdot \sqrt{z-7} &\leq \frac{5-y+z-7}{2} = \frac{-y+z-2}{2} \\ \sqrt{1-x} \cdot \sqrt{9-z} &\leq \frac{1-x+9-z}{2} = \frac{-x-z+10}{2}\end{aligned}$$

3p

$$\begin{aligned}\Rightarrow E(x, y, z) &= \sqrt{x+1}\sqrt{y-3} + \sqrt{5-y}\sqrt{z-7} + \sqrt{1-x}\sqrt{9-z} \leq \\ &\leq \frac{x+y-2 - y+z-2 - x-z+10}{2} = \frac{6}{2} = 3\end{aligned}$$

3p

$\Rightarrow E(x, y, z) = 3$ doar pentru egalitatea numerelor,

3p

$\Rightarrow x+1 = y-3, 5-y = z-7$ și $1-x = 9-z \Rightarrow x = 0, y = 4, z = 8$

3p

2.

Fie $AC \cap BD = \{O\}$

Din $EA \perp (ABC) \Rightarrow EA \perp BD$

Dar $BD \perp AC \Rightarrow BD \perp (ACE)$

5p

Fie $OF \perp CE$

Deoarece $OF \subset (ACE) \Rightarrow OF \perp BD$

$\Rightarrow OF$ reprezintă distanța dintre dreptele EC și BD .

5p

Din asemănarea triunghiurilor $\Delta ACE \sim \Delta FCO$ obținem $FO = 1\text{cm}$

5p

